

## Berechnung der Abflusskonzentration im Wasserhaushaltsmodell LARSIM

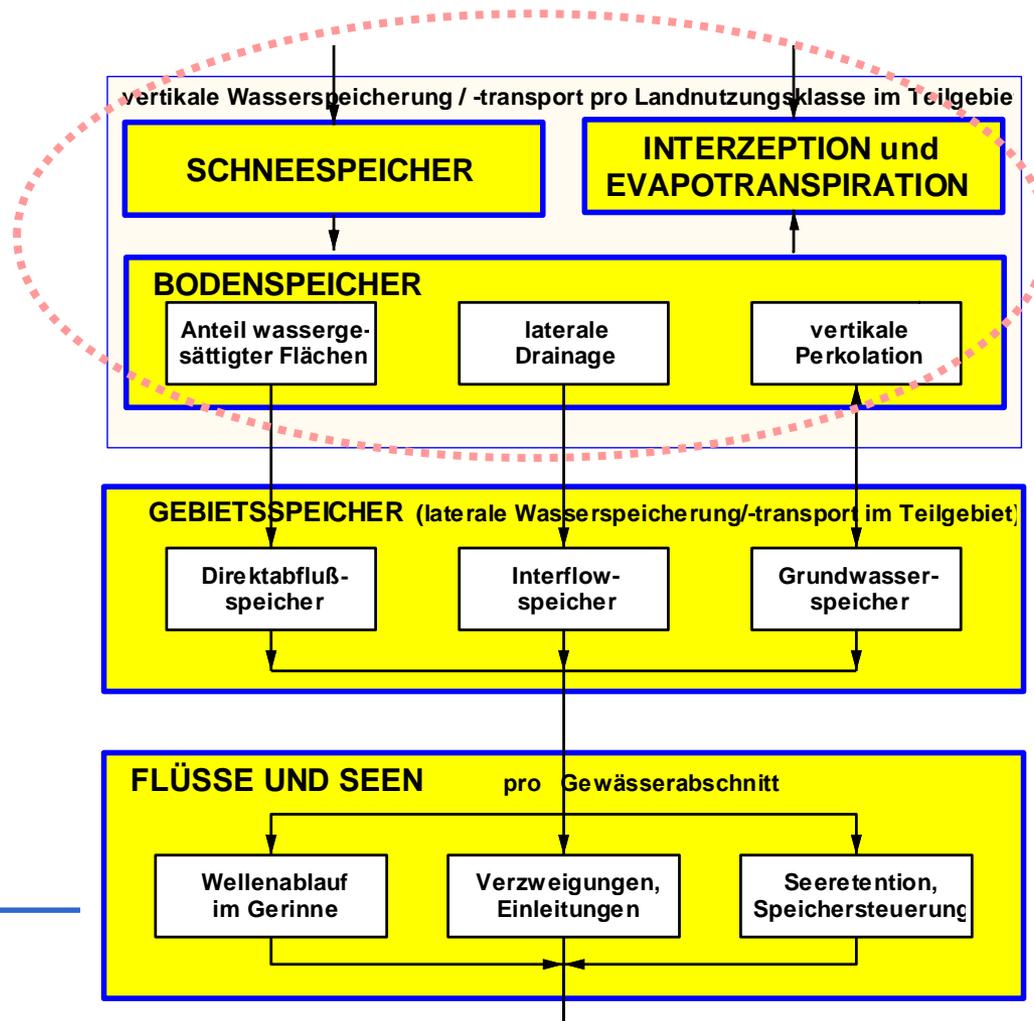
Dr.-Ing. Kai Gerlinger

HYDRON Ingenieurgesellschaft für Umwelt und Wasserwirtschaft

Juni 2020

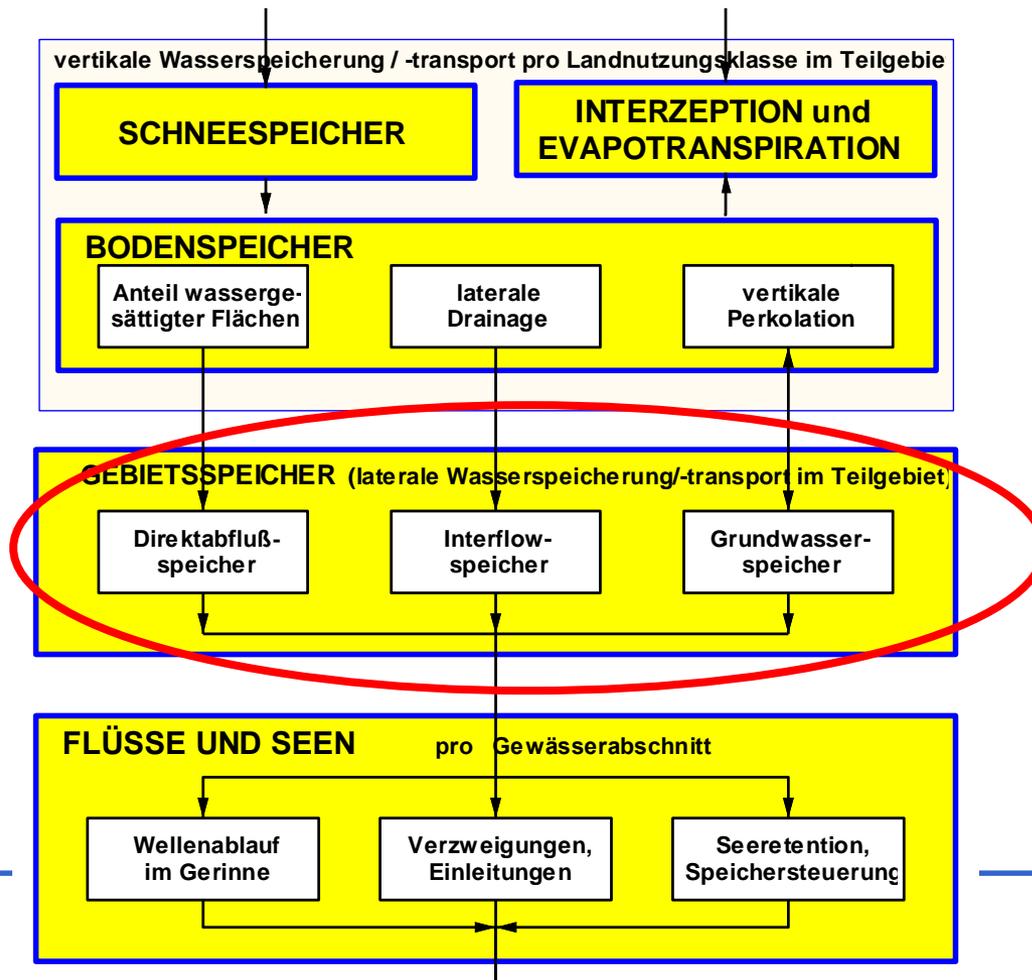
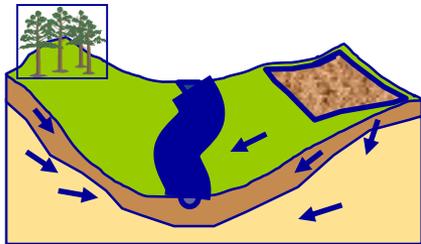
# Abflusskonzentration

- Bisher: vertikaler Wassertransport in der Schnee-, Vegetations- und Bodenschicht (Berechnung der Wasserabgaben aus dem Bodenspeicher, getrennt nach Direktabfluss, Interflow und Grundwasserabfluss).



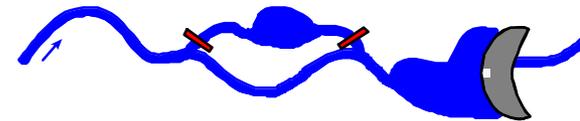
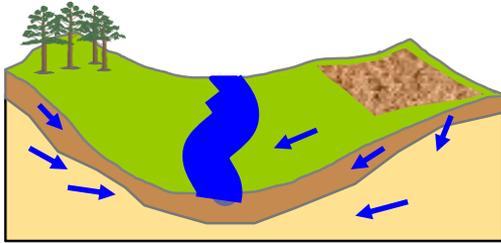
# Abflusskonzentration

- Jetzt: lateraler Transport dieser Abflusskomponenten innerhalb eines Teilgebietes (Abflusskonzentration).

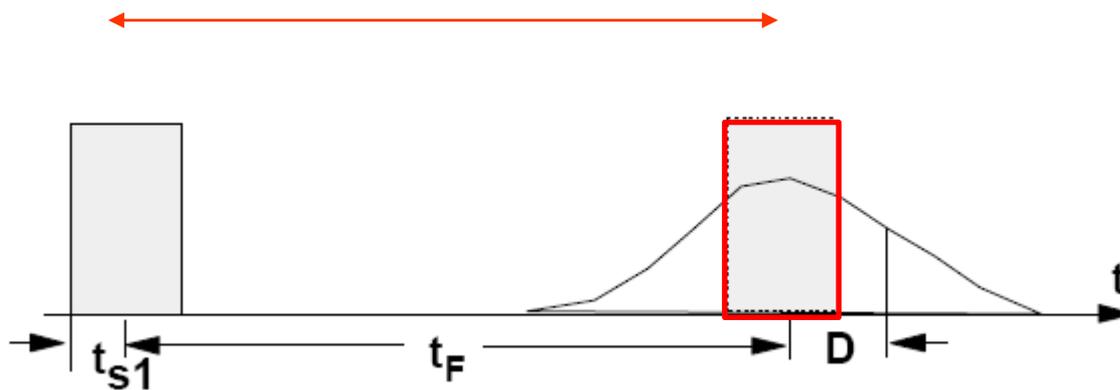


# Translation und Retention

- Berücksichtigung der durch den Transport des Wassers in der Fläche und im Gerinne bedingten Translation...

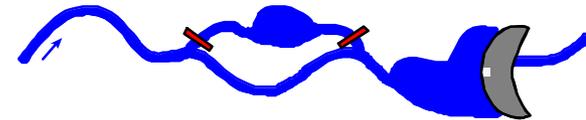
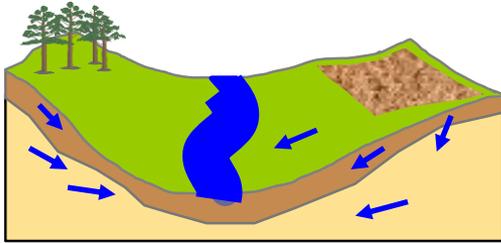


Translation

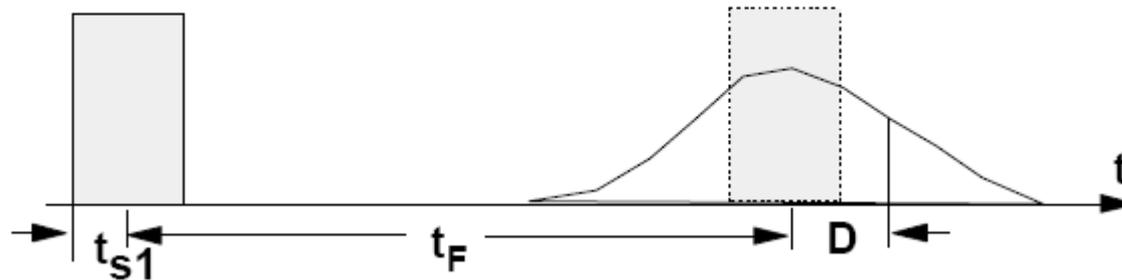


# Translation und Retention

- Berücksichtigung der durch den Transport des Wassers in der Fläche und im Gerinne bedingten Translation und der Retention.



**Translation**

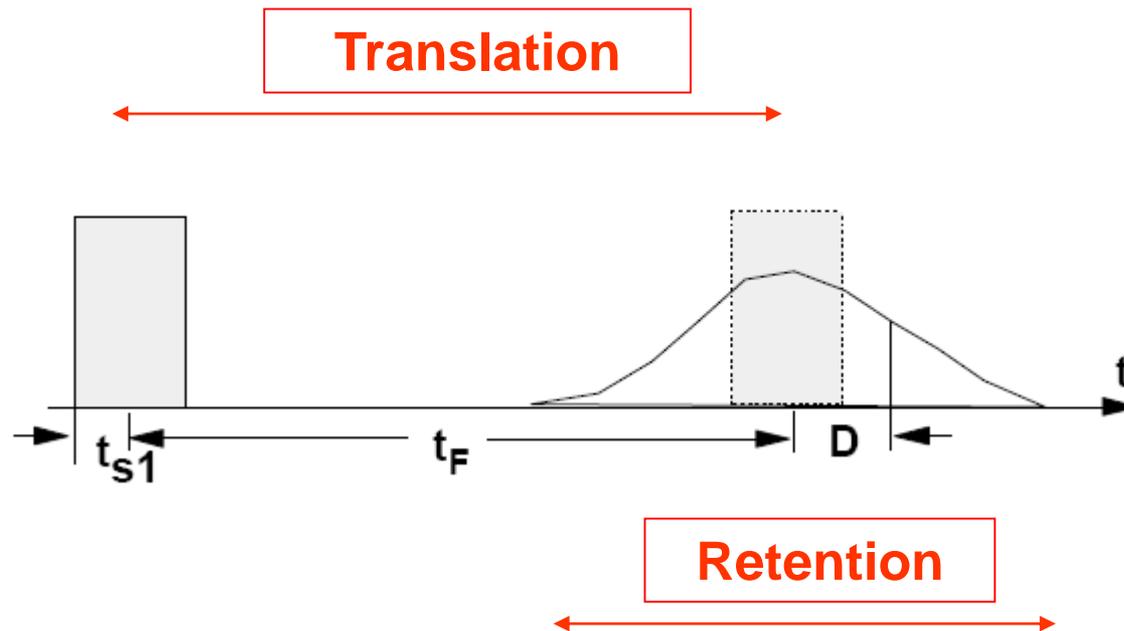


**Retention**



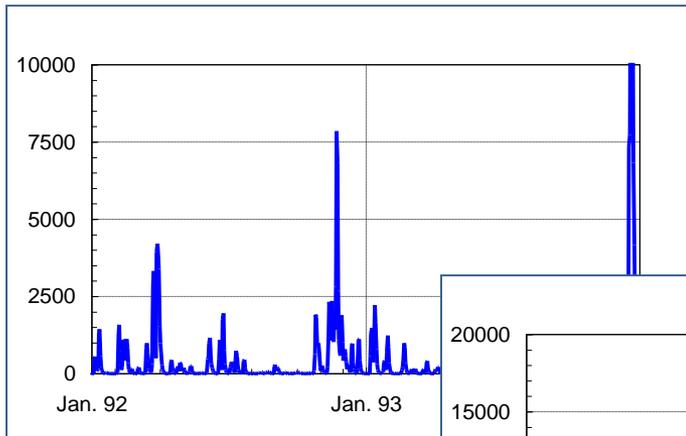
# Translation und Retention

- Berücksichtigung der durch den Transport des Wassers in der Fläche und im Gerinne bedingten Translation und der Retention.
- Die Verformung des Abflusses wird durch das Rückhaltevermögen des Teilgebiets und des Flussabschnitts bedingt.

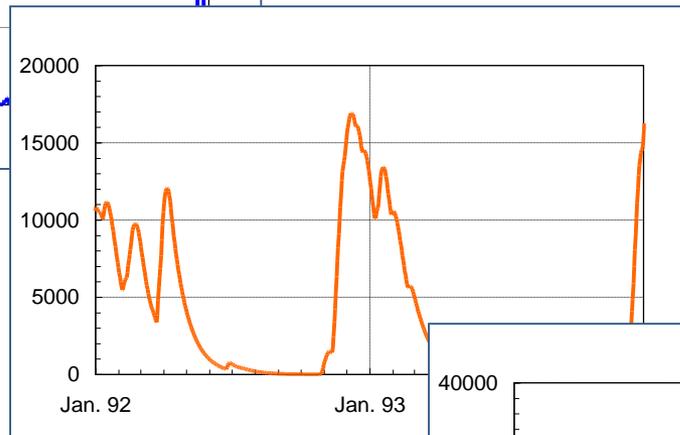
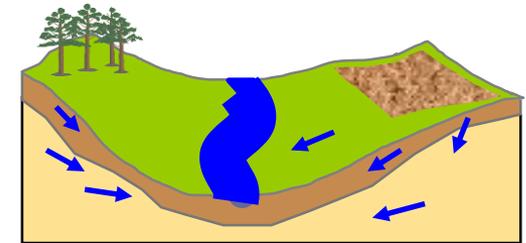


# Abflusskonzentration

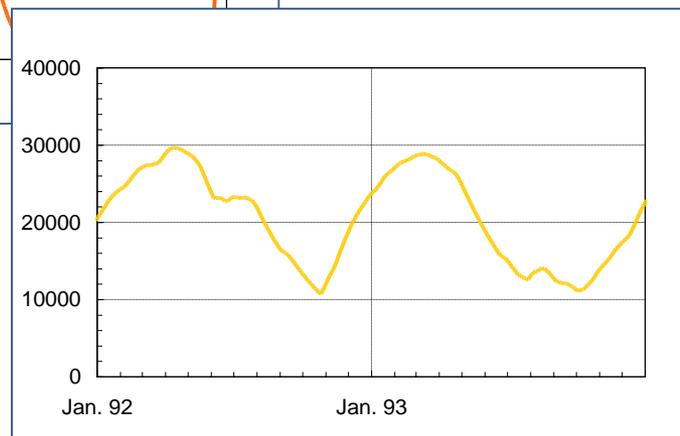
- Wasserspeicherung in der Fläche durch die drei (bzw. vier) Gebietsspeicher:



Reaktionszeit:  
Stunden bis Tage

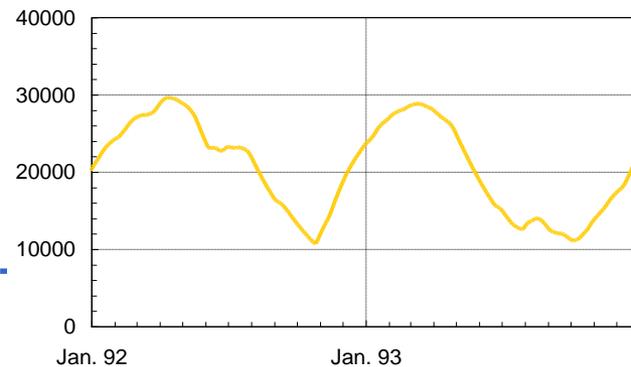
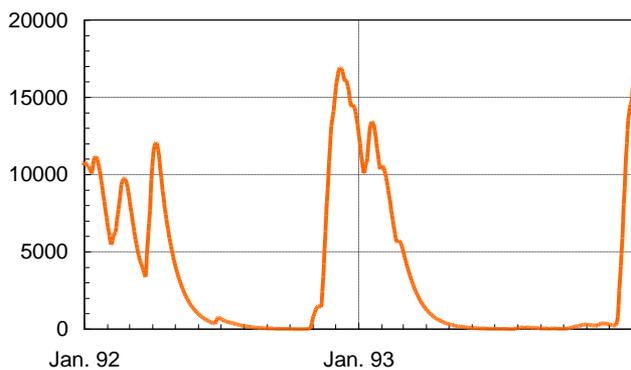
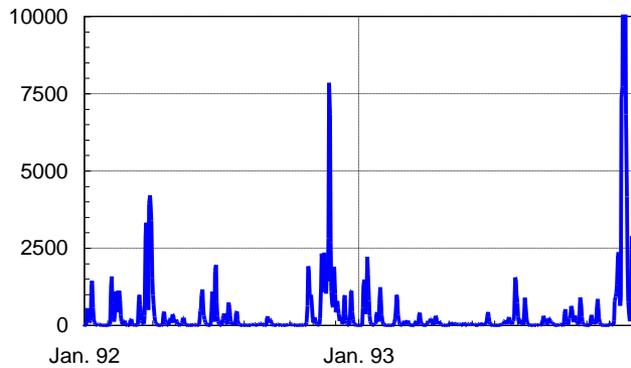


Tage bis Wochen

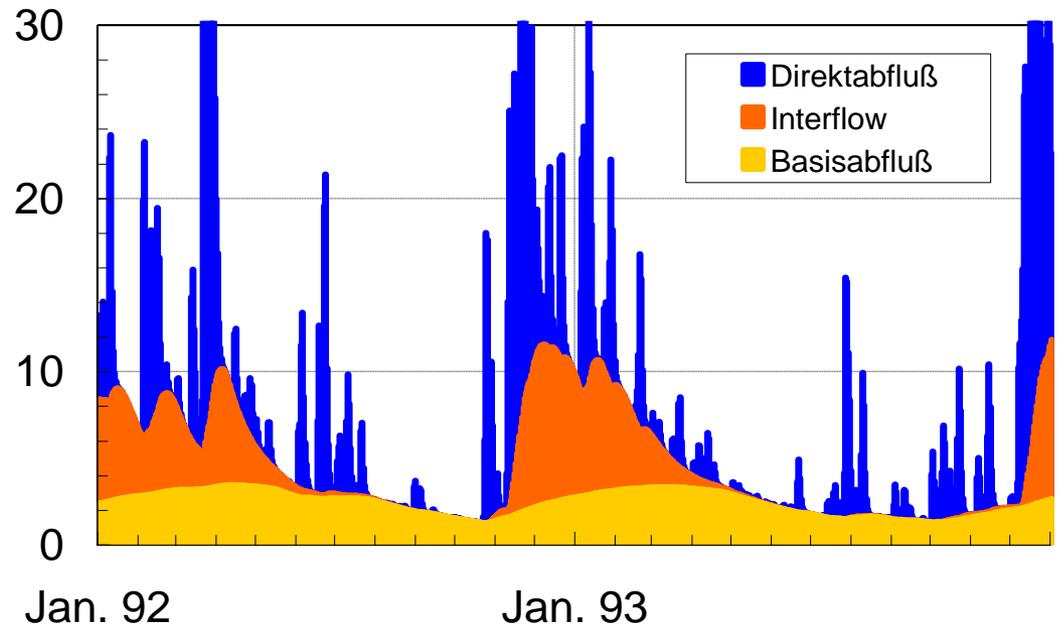


Monate  
bis Jahre

# Abflusskonzentration

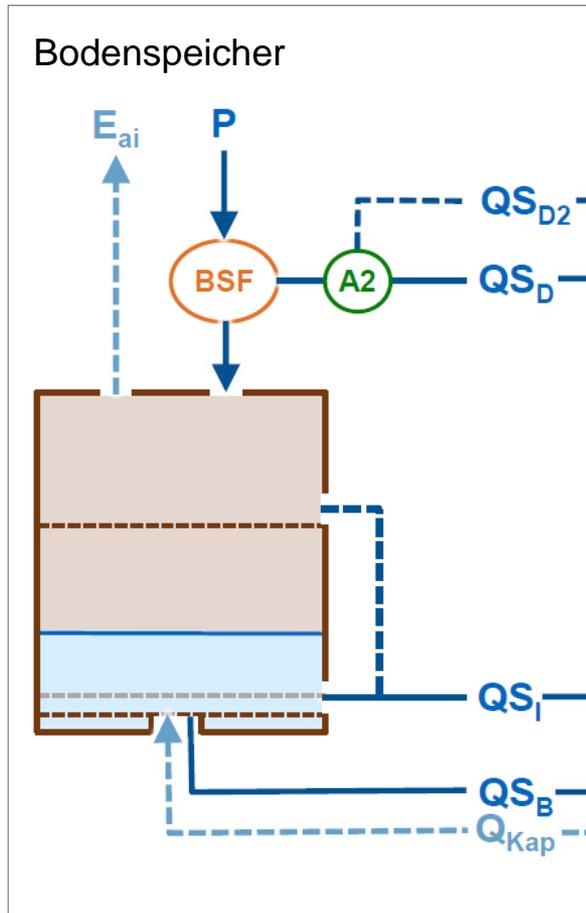


Berechnete Abflusskomponenten [l/s]



# Einzellinearspeicher

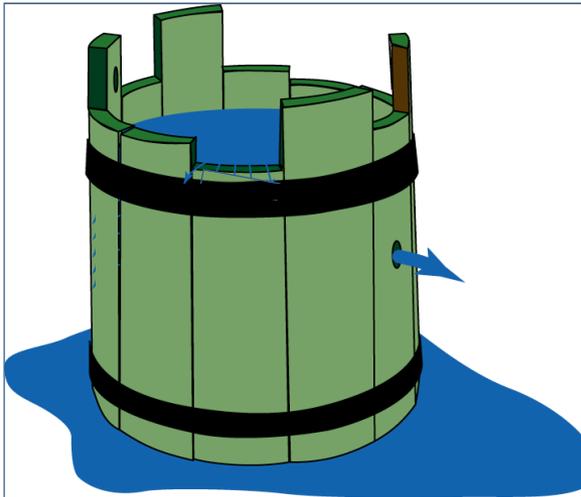
- Die Gebietsspeicher werden jeweils als Einzellinearspeicher behandelt.  
Berechnung des Abflusses aus einem Modellelement:



Disse & Mitterer 2017

# Einzellinearspeicher

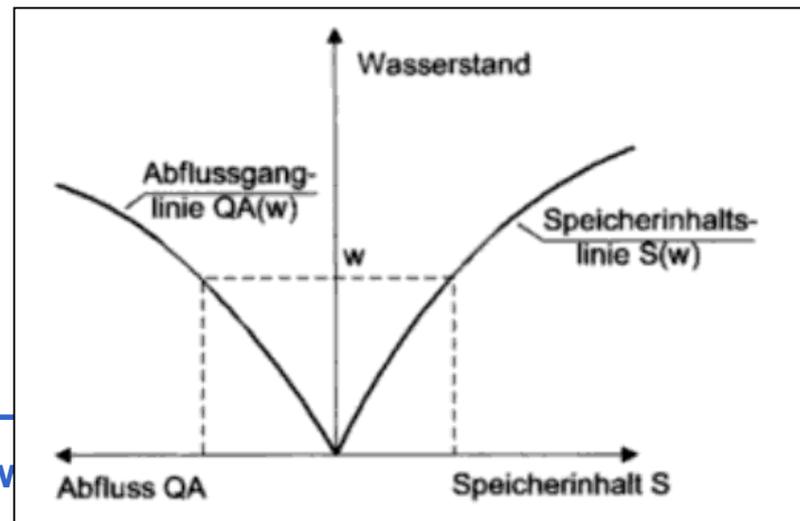
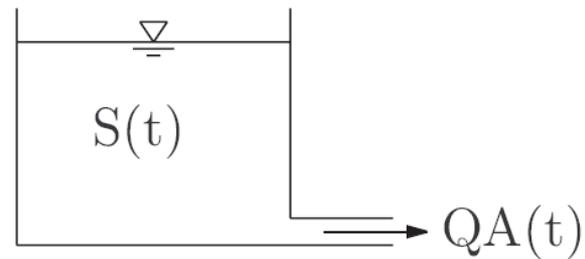
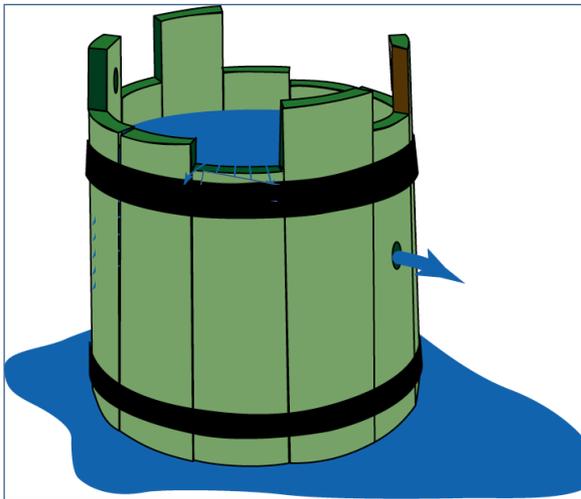
- Hydraulisches Analogon zum Einzellinearspeicher: Gefäß mit Ausfluss



Welche Beziehung besteht zwischen Ausfluss  $Q_A$  und Speicherinhalt  $S$  ?

# Einzellinearspeicher

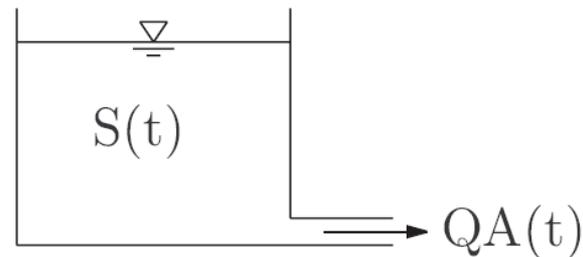
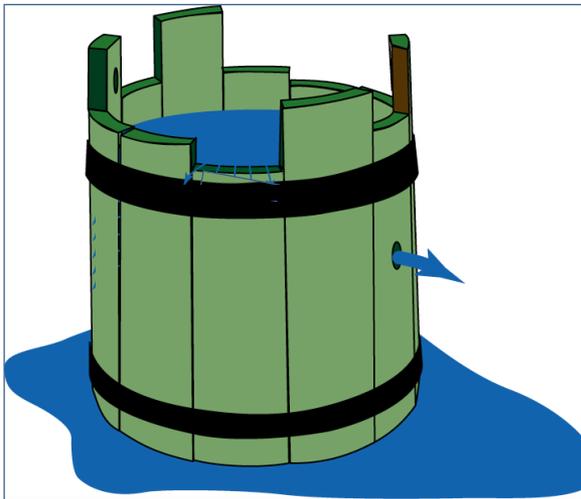
- Hydraulisches Analogon zum Einzellinearspeicher: Gefäß mit Ausfluss



Patt (2001)

# Einzellinearspeicher

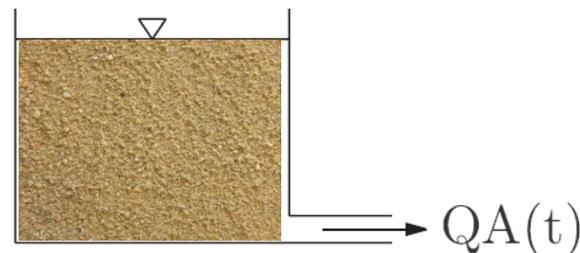
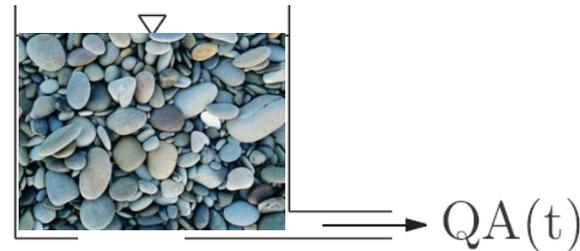
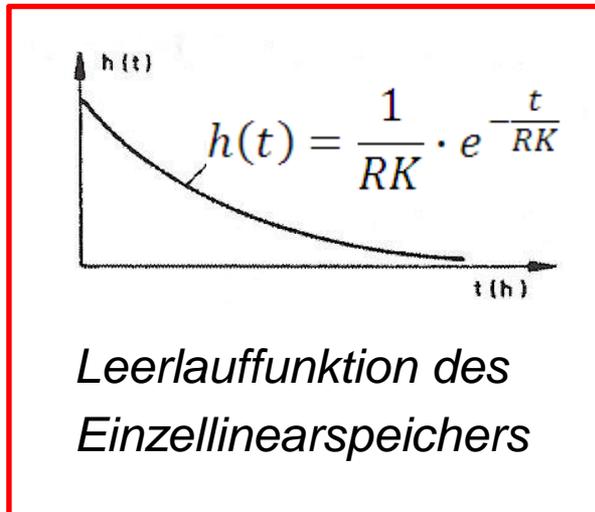
- Hydraulisches Analogon zum Einzellinearspeicher: Gefäß mit Ausfluss



- $QA(t)$  [ $m^3/s$ ] ist proportional zu  $S(t)$  [ $m^3$ ]:  $QA(t) = \frac{1}{RK} \cdot S(t)$   
mit:  $RK$  [s] = Rückhaltekonstante (mittlere Verweilzeit des Wassers im Speicher)
- Somit:  $S(t) = RK \cdot QA(t)$

# Einzellinearspeicher

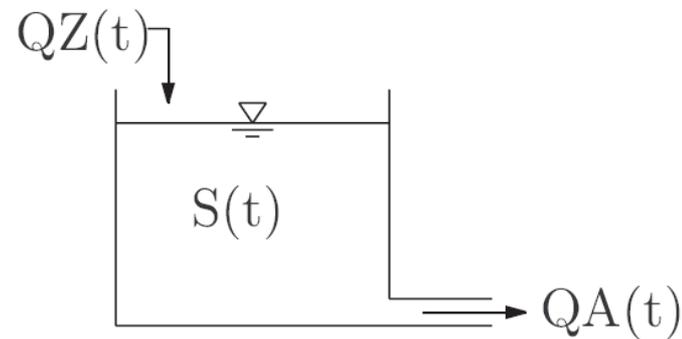
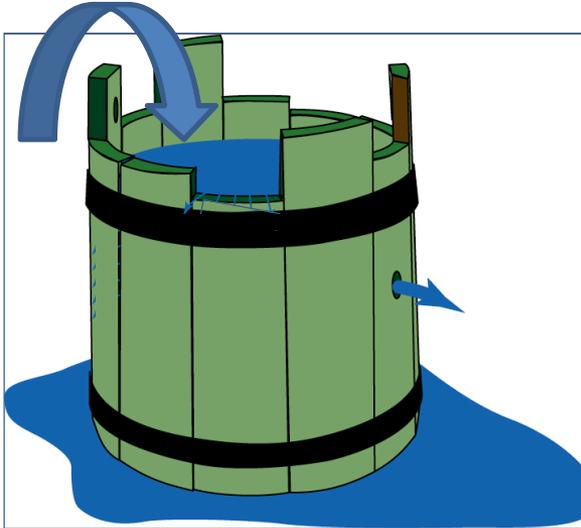
- Hydraulisches Analogon zum Einzellinearspeicher: Gefäß mit Ausfluss



- $QA(t)$  [ $m^3/s$ ] ist proportional zu  $S(t)$  [ $m^3$ ]:  $QA(t) = \frac{1}{RK} \cdot S(t)$   
mit:  $RK$  [s] = Rückhaltekonstante (mittlere Verweilzeit des Wassers im Speicher)
- Somit:  $S(t) = RK \cdot QA(t)$

# Einzellinearspeicher

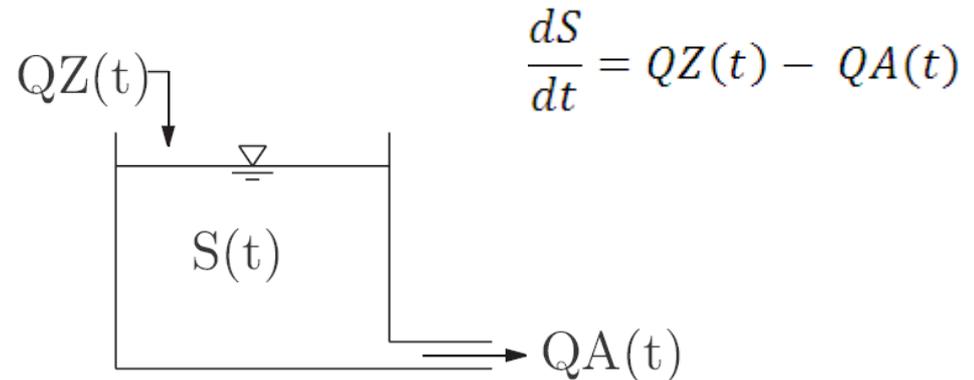
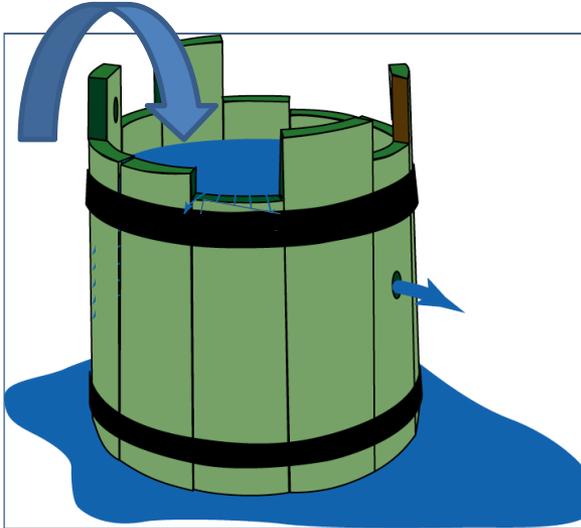
- Hydraulisches Analogon zum Einzellinearspeicher: Gefäß mit Ausfluss



Veränderung der Beziehung bei gleichzeitigem Zufluss  
(Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung) ?

# Einzellinearspeicher

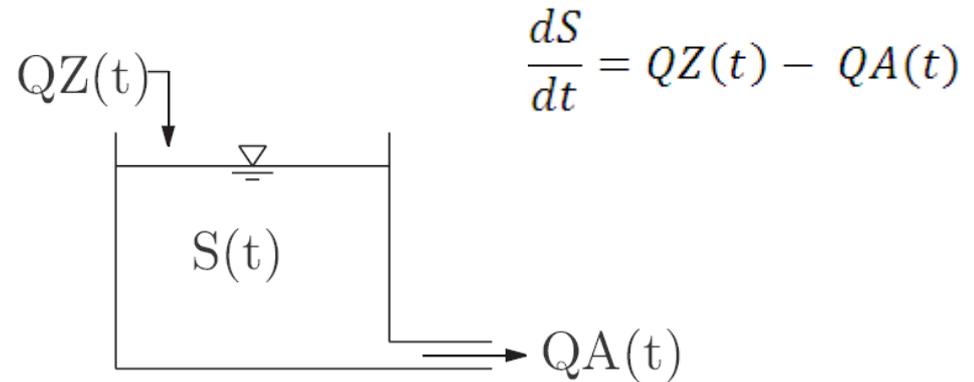
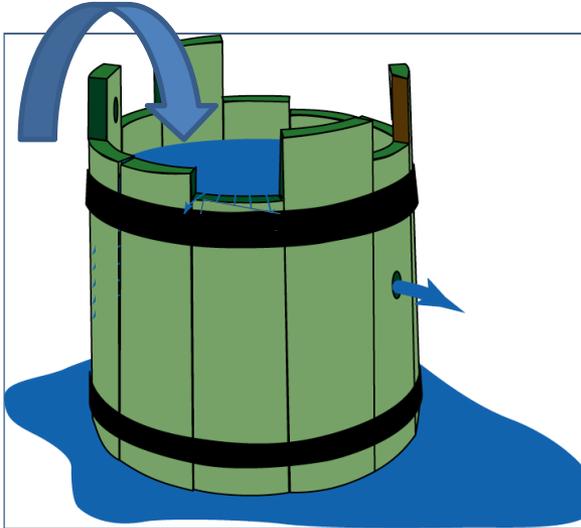
- Hydraulisches Analogon zum Einzellinearspeicher: Gefäß mit Ausfluss



- Kontinuitätsgleichung:  $QA(t) = QZ(t) - \frac{dS}{dt}$
- Da  $S(t) = RK \cdot QA(t)$  folgt:  $QA(t) = QZ(t) - RK \cdot \frac{dQA(t)}{dt}$

# Einzellinearspeicher

- Hydraulisches Analogon zum Einzellinearspeicher: Gefäß mit Ausfluss

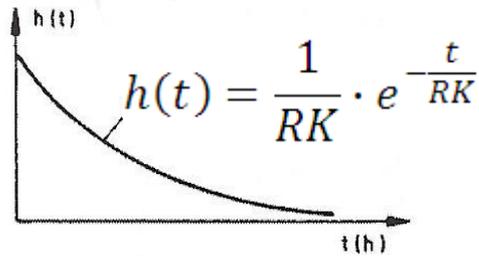


- Kontinuitätsgleichung:  $QA(t) = QZ(t) - \frac{dS}{dt}$
- Da  $S(t) = RK \cdot QA(t)$  folgt:  $QA(t) = QZ(t) - RK \cdot \frac{dQA(t)}{dt}$

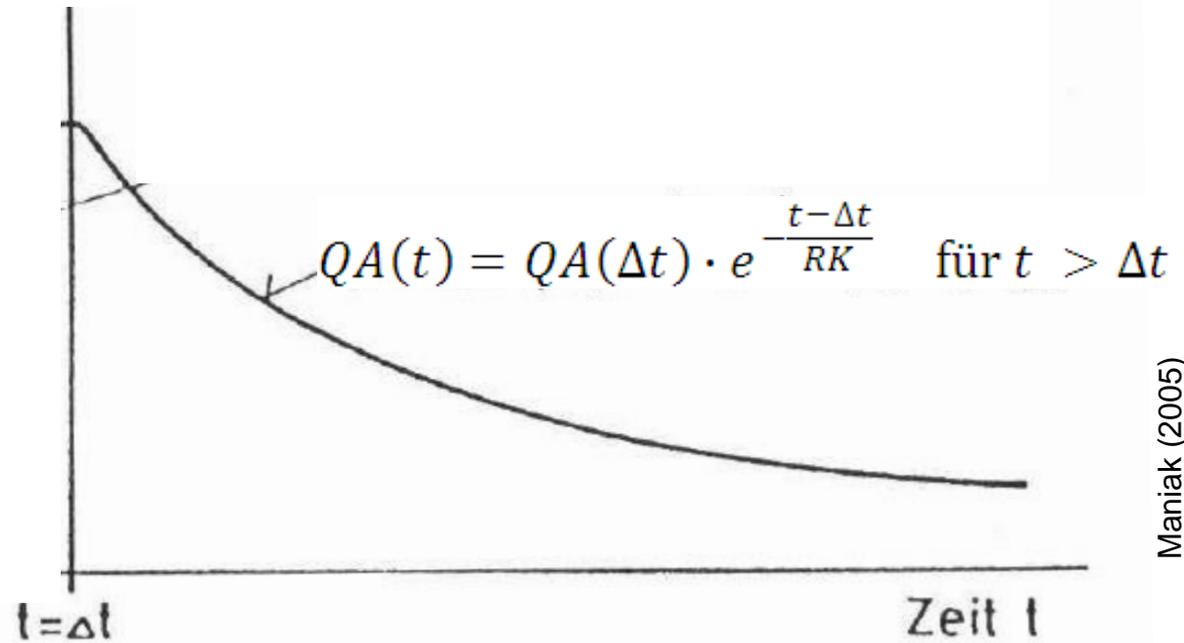
*Differentialgleichung des Einzellinearspeichers*

# Einzellinearspeicher

- Lösung der Differentialgleichung des Einzellinearspeichers: Abfluss QA aus einem linearen Einzelspeicher im Zeitintervall dt:



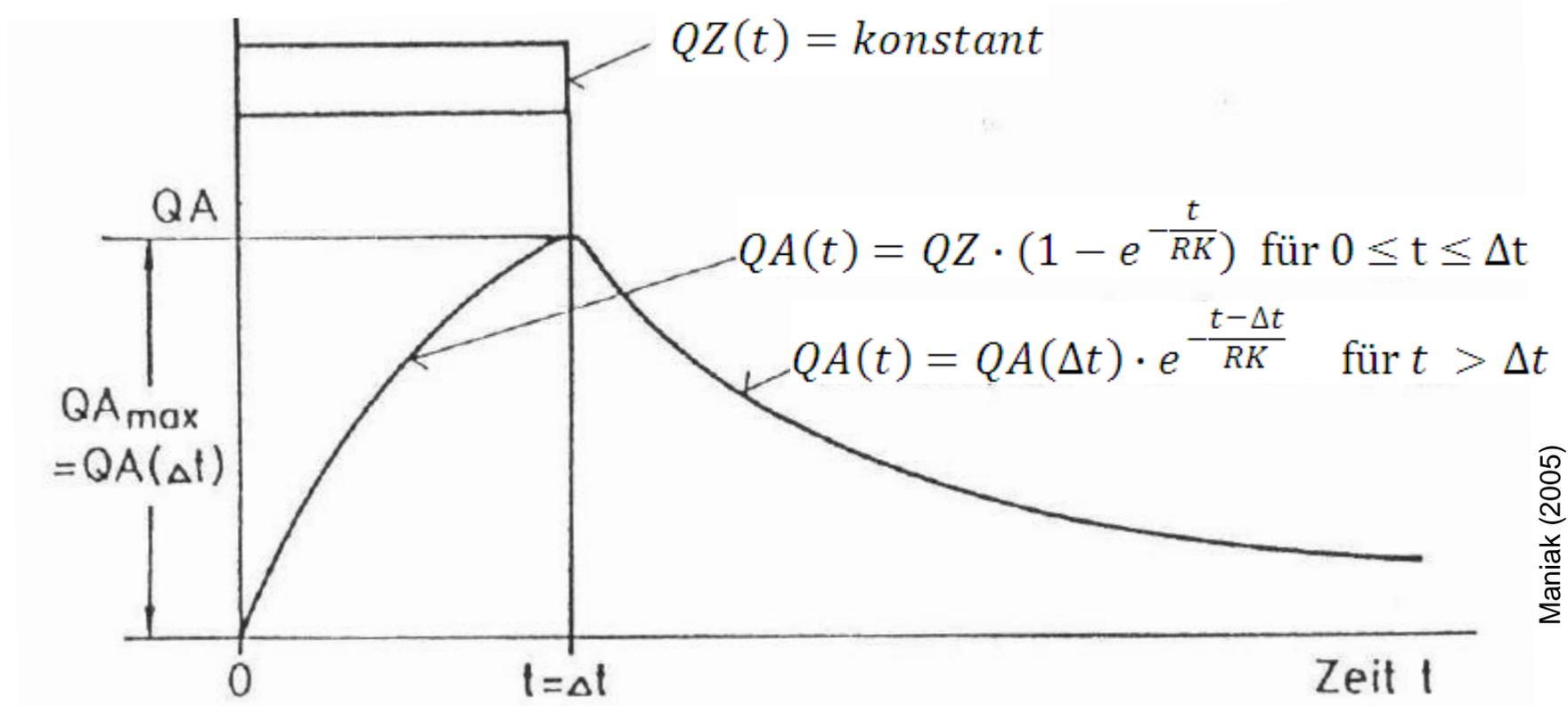
*Leerlauffunktion des  
Einzellinearspeichers*



Maniak (2005)

# Einzellinearspeicher

- Lösung der Differentialgleichung des Einzellinearspeichers: Abfluss QA aus einem linearen Einzelspeicher bei konstantem Zufluss QZ im Zeitintervall dt



Maniak (2005)

# Einzellinearspeicher

- Lösung der Differentialgleichung des Einzellinearspeichers:
  - Durch den Parameter RK mit der Dimension der Zeit wird die Größe des linearen Speichers beschrieben. Die allgemeine Speichergleichung lautet:

$$QA(t) = QZ(t) - RK \cdot \frac{dQA(t)}{dt}$$
$$\rightarrow \frac{dQA(t)}{dt} = \frac{1}{RK} \cdot [QZ(t) - QA(t)]$$

- Einbeziehung endlicher Zeitintervalle  $\Delta t$  und diskreter Zu- und Abflusswerte. Der mittlere Zufluss QZ und der mittlere Abfluss QA während eines Zeitintervalls  $\Delta t$  werden als Mittel der Werte zum Zeitpunkt t und t+ $\Delta t$  berechnet:

$$\frac{\Delta QA}{\Delta t} = \frac{1}{RK} \cdot \left[ \frac{QZ_i - QZ_{i-1}}{2} - \frac{QA_i - QA_{i-1}}{2} \right]$$

# Einzellinearspeicher

- Lösung der Differentialgleichung des Einzellinearspeichers:
  - Eine direkte Berechnung der Abflussganglinie aus der Zuflussganglinie kann dann für den Einzellinearspeicher mit Hilfe der folgenden Gleichung erfolgen:

$$QA_i = c_0 \cdot QZ_i + c_1 \cdot QZ_{i-1} + c_2 \cdot QA_{i-1}$$

$$c_0 = 1 - RK/\Delta t (1 - c_2)$$

$$c_1 = RK/\Delta t [(1 - c_2) - c_2]$$

$$c_2 = \exp(-\Delta t/RK)$$

- Dies entspricht der in LARSIM umgesetzten Gleichung (mit  $\Delta t = TA$ ):

$$QA_i = QZ_i \left( 1 - \frac{RK_i}{TA} \left( 1 - e^{-\frac{TA}{RK_i}} \right) \right) + QZ_{i-1} \left( \frac{RK_i}{TA} \left( 1 - e^{-\frac{TA}{RK_i}} \right) - e^{-\frac{TA}{RK_i}} \right) + QA_{i-1} \cdot e^{-\frac{TA}{RK_i}}$$

# Einzellinearspeicher

- Lösung der Differentialgleichung des Einzellinearspeichers:
  - Berechnung der Abflussverformung durch Lösung der Differentialgleichung des Einzellinearspeichers:

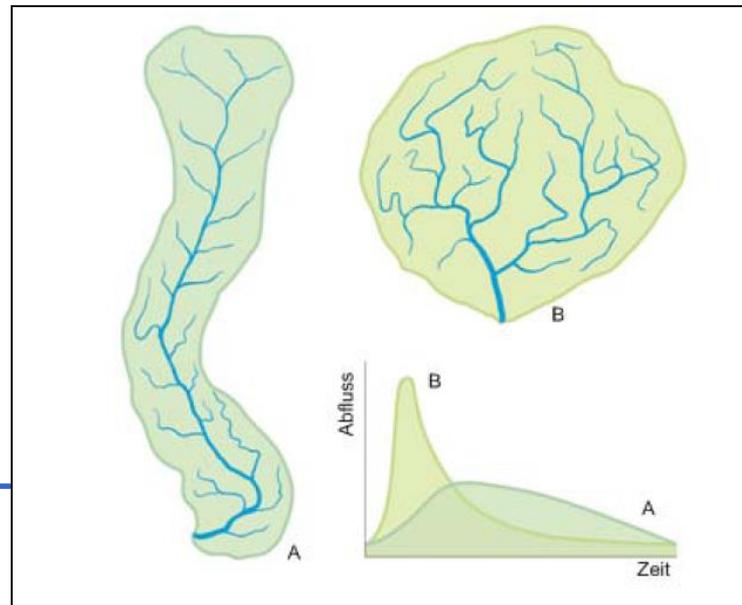
$$QA_i = QZ_i \left( 1 - \frac{RK_i}{TA} \left( 1 - e^{-\frac{TA}{RK_i}} \right) \right) + QZ_{i-1} \left( \frac{RK_i}{TA} \left( 1 - e^{-\frac{TA}{RK_i}} \right) - e^{-\frac{TA}{RK_i}} \right) + QA_{i-1} \cdot e^{-\frac{TA}{RK_i}}$$

$RK$ [s]	Speicherkonstante des Teilgebiets
$I$ [-]	Index für den Berechnungszeitschritt
$TA$ [s]	Berechnungszeitschritt
$QA$ [m <sup>3</sup> /s]	Abfluss aus dem Teilgebiet
$QZ$ [m <sup>3</sup> /s]	Zufluss in das Teilgebiet

# Abflusskonzentration

Bestimmung der Rückhaltekonstanten für die Gebietspeicher:

- Berechnung der Rückhaltekonstanten nicht direkt aus Gebietsdaten möglich, da sie durch eine Vielzahl unterschiedlicher Faktoren beeinflusst werden.
- Die Werte für die Rückhaltekonstanten können mit Fließzeit im Teilgebiet in Verbindung gebracht werden:
  - Teilgebiete mit großem Fließzeitindex (flache Gebiete, langgestreckte Gebietsform) haben große Rückhaltekonstanten.
  - Teilgebiete mit kleinem Fließzeitindex (steile Gebiete, gedrungene Gebietsform) haben geringe Rückhaltekonstanten.



Nach Baumgartner & Liebscher (1990)

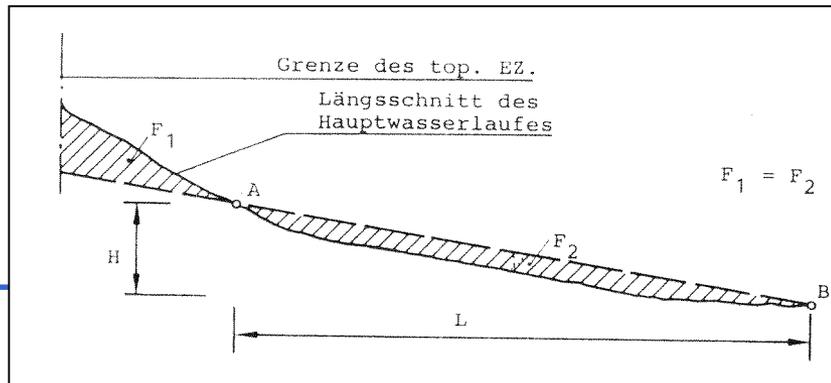
# Abflusskonzentration

Bestimmung der Rückhaltekonstanten für die Gebietspeicher:

- Als Index für die Fließzeit im Teilgebiet wird die vom U.S. Soil Conservation Service entwickelte Kirpich-Formel verwendet:

$$T_{ind} = u_F \cdot \left( 0,868 \cdot \frac{L^3}{\Delta H} \right)^{0,385}$$

$T_{ind}$	[s]	Index für die Fließzeit im Teilgebiet
$u_F$	[s/h]	Umrechnungsfaktor Stunde in Sekunde (= 3600 s/h)
$L$	[km]	Mittlere Länge der Hauptwasserläufe im Teilgebiet
$\Delta H$	[m]	Mittlere Höhendifferenz für die Hauptwasserläufe im Teilgebiet



*Hauptwasserlauf:  
nicht Hauptvorfluter !*

# Abflusskonzentration

Bestimmung der Rückhaltekonstanten für die Gebietspeicher:

- Die Rückhaltekonstante für die Gebietspeicher ergibt sich aus dem nach der Kirpich-Formel ermittelten Fließzeitindex multipliziert mit einem dimensionslosen Kalibrierungsparameter:

$$RK_D = EQ_D \cdot T_{ind}$$

$$RK_I = EQ_I \cdot T_{ind}$$

$$RK_B = EQ_B \cdot T_{ind}$$

$RK_D$  [s] Rückhaltekonstante für den Direktabfluss

$EQ_D$  [-] Kalibrierungsparameter für die Rückhaltekonstante Direktabfluss

$T_{ind}$  [s] Index für die Fließzeit im Teilgebiet

$RK_I$  [s] Rückhaltekonstante für den Interflow

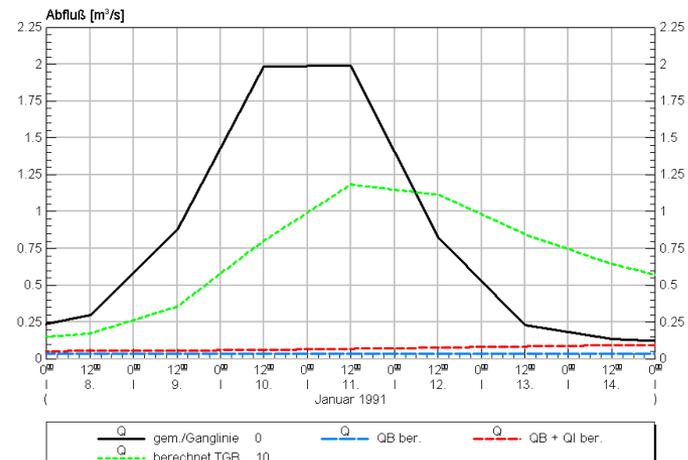
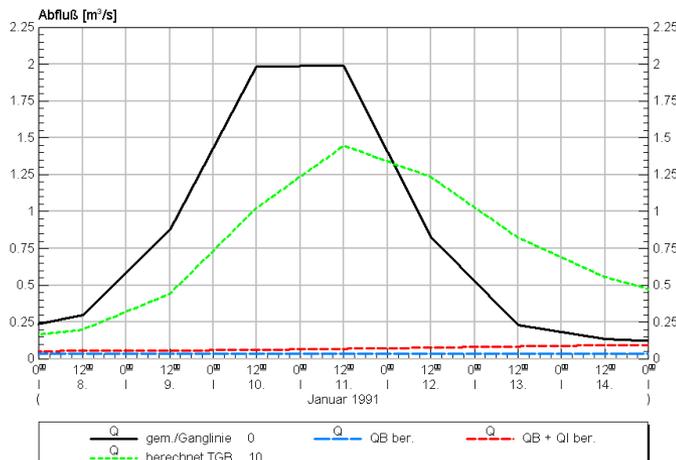
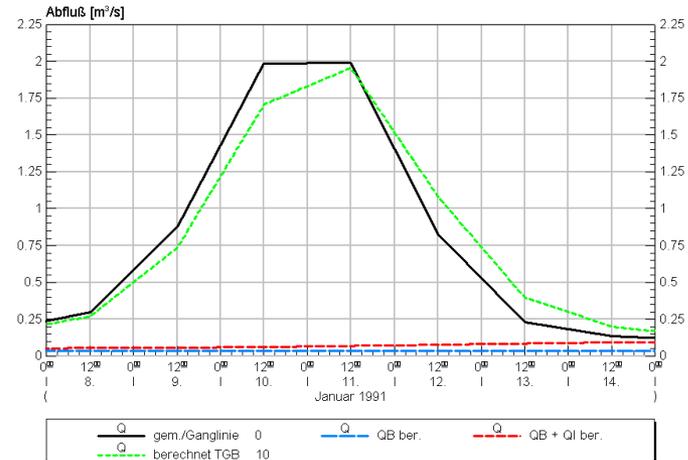
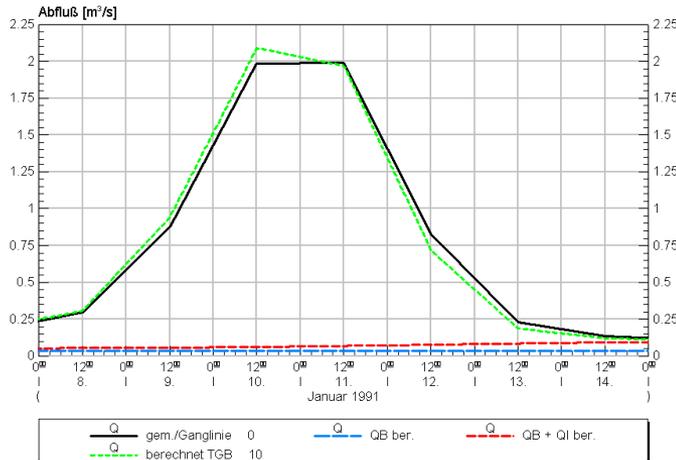
$EQ_I$  [-] Kalibrierungsparameter für die Rückhaltekonstante Interflow

$RK_G$  [s] Rückhaltekonstante für den Grundwasserabfluss

$EQ_G$  [-] Kalibrierungsparameter für die Rückhaltekonstante Grundwasserabfluss

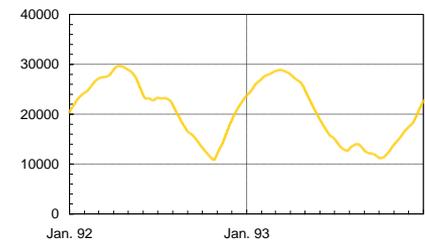
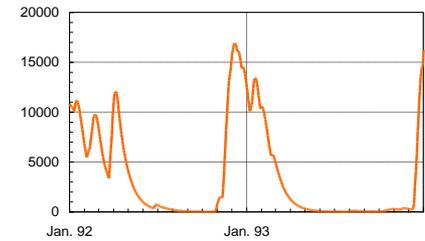
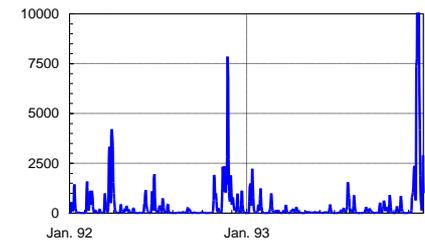
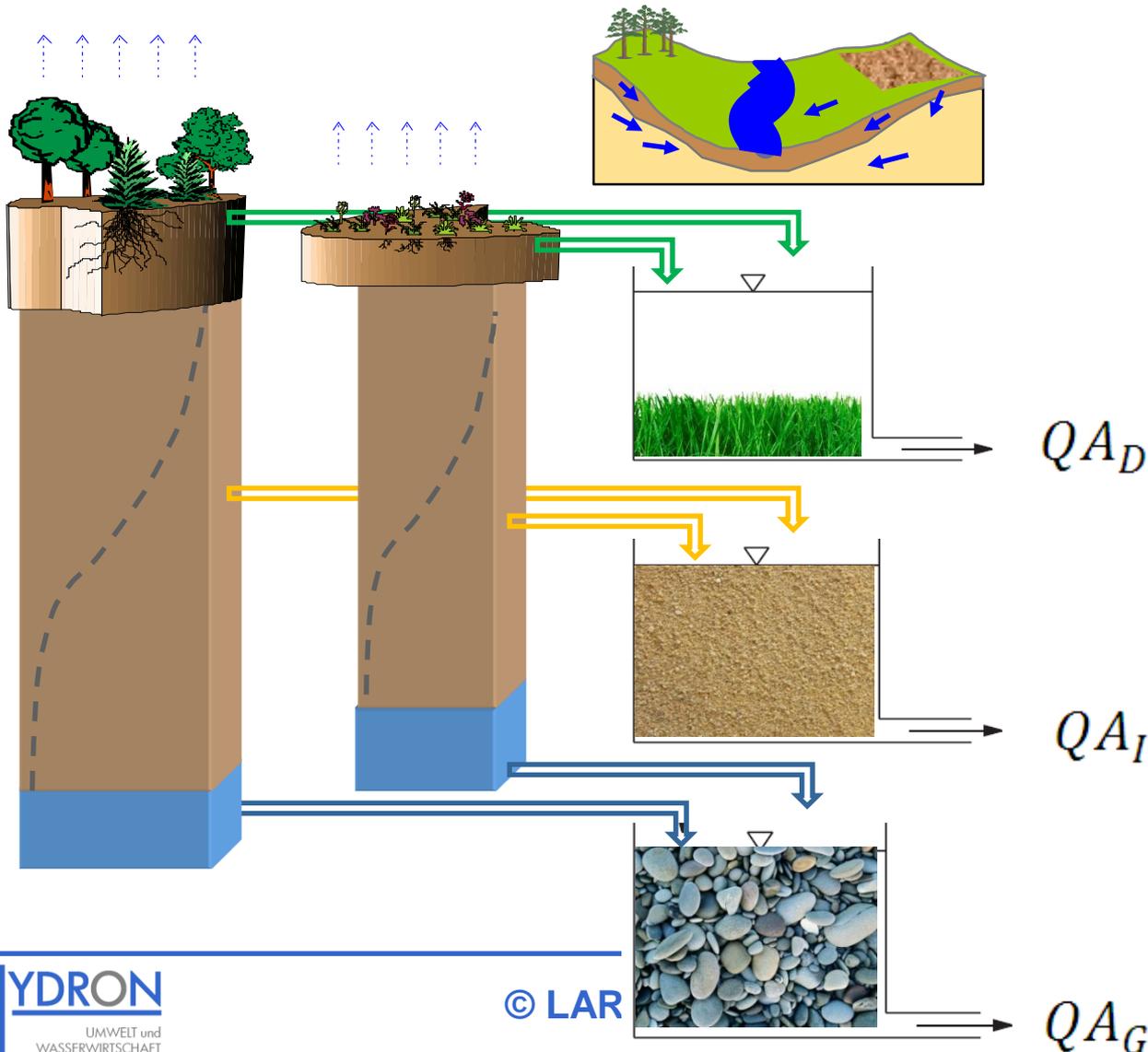
# Abflusskonzentration

Beispiel der Abflussänderung bei Zunahme der Werte für den Parameter  $EQ_D$ :



# Abflusskonzentration

Zusammenfassung der Berechnung der Abflusskonzentration:



# Abflusskonzentration

- Aufgaben für die Anwender (Abflusskonzentration):
  - Die Gebietseigenschaften (Flusslänge, Geländeneigung) beeinflussen die Abflusskonzentration
  - Die Parameter für die Abflusskonzentration werden bei der Kalibrierung des Modells detailliert angepasst
  - Kontrolle der berechneten Abflüsse hinsichtlich eines systematischen Zeitversatzes zwischen gemessener und berechneter Ganglinie (v.a. in kleineren Einzugsgebieten)
- Einflussmöglichkeiten des Anwenders:
  - Nachkalibrierung

# Literatur

- Baumgartner A. & Liebscher H.-J. (1990): Allgemeine Hydrologie. Quantitative Hydrologie. - 2. Auflage. Gebrüder Bornträger
- Disse M. & Mitterer J. (2017): Flood Risk and Flood Management – Exercise. TU München
- Maniak U. (2005): Hydrologie und Wasserwirtschaft. Eine Einführung für Ingenieure. - 5. bearb. u. erw. Auflage, Springer Berlin
- Patt H. (2001) (Hrsg.): Hochwasser-Handbuch – Auswirkungen und Schutz. – Springerverlag